

# $^{235}\text{U}$ 与低能中子截面的自旋关联

中子物理导论第三次大作业

司书屹

杨哲涵

工程物理系

2024-10-15

# 目录

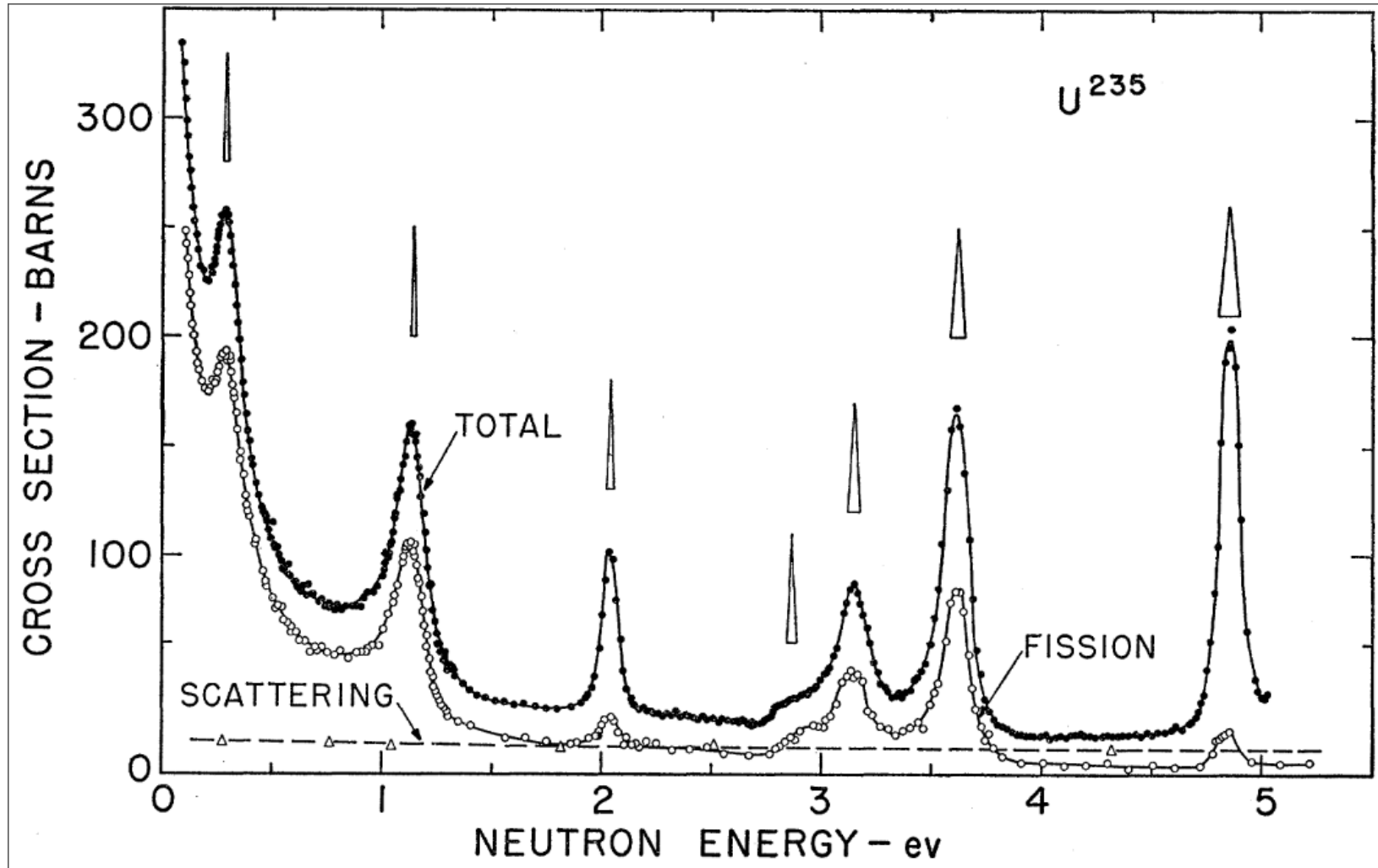
1. 引言 .....	2
2. 早期的理论假说 .....	6
3. 自旋态验证 .....	10
4. 总结 .....	20
5. 参考文献 .....	22

# 1. 引言

---

从大约上世纪 40 年代开始,人们在尝试用共振理论解释核截面时遇到了各种问题.尤其是对于 $^{233}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ 等裂变核素,它们的核截面在低能区(热中子区)显得尤为反常,具体表现在

1. 无论是总截面 $\sigma_{nT}$ ,抑或单是裂变截面 $\sigma_{nf}$ ,其数值都异常的大
2. 共振峰的形状,尤其是 $^{235}\text{U}$ 能量最小的两个共振峰,相对宽度中心并不对称,不符合Brite-Wigner 公式的预期
3. 即使是位于共振峰之间的能量区域,其截面数值也远远超过了理论预期

图 1  $U-235$  低能区截面图

为了解释低能区的此类反常现象,学者们提出了各种假说,尝试了多种模型拟合,例如

- 存在“负能量”共振峰导致的“背景”截面[1]
- 尝试跳出单能 Breit-Wigner 公式的束缚,用多级色散理论等解释.[2,3]

由于裂变核在低能区域的裂变宽度与共振峰间隔相当,不同共振峰之间的相干效应往往被优先考虑,而自旋态又恰是影响此类干扰强度的不可忽视的一部分.

因此,不同学者的解释往往绕不开对不同共振能级自旋态关系的猜测,百家争鸣,但总无定论.

直到 60 年代,才终于有学者给出较为严谨的实验证明.通过极化中子与极化核的透射实验,给出了几组低能区共振峰的自旋态关系.[4]

## 2. 早期的理论假说

---

# “负能量”共振

1958年, Brookhaven 国家实验室(美)的 F. J. Shore 和 V. L. Sailor 认为热中子区反常大的截面来自于某种“背景”截面, 并假设该截面可以视为负能量区(能量小于 0)存在一个或多个束缚能级导致的共振峰, 尝试基于数学方法寻找该存在于假想中的共振峰[1]

通过利用四种拟合模型进行最小二乘拟合, 得到了最符合“背景”截面曲线的函数拟合

$$\sigma_{nX}(E) = K \frac{\sqrt{E}}{(E - E_0)^2}$$

$$\begin{cases} K = 208.5 \text{ barn } (eV)^{\frac{5}{2}} \\ E_0 = -1.45eV \end{cases}$$

对比描述单能共振峰的 Breit-Wigner 公式

$$\sigma_{n,X}(E) = 4\pi\lambda^2 \left( \frac{\Gamma_n \Gamma_X}{\Gamma^2} \right) \frac{1}{1 + 4(E - E_R)^2 / \Gamma^2}$$



## “负能量”共振

因此,Shore 和 Sailor 认为这种“背景”截面近似等价于来自一个位于结合能以下 1.45eV 处,等效中子宽度 $\Gamma_n^0 = 3.04 \times 10^{-3} eV$ 的较强的单能共振峰的干涉效应

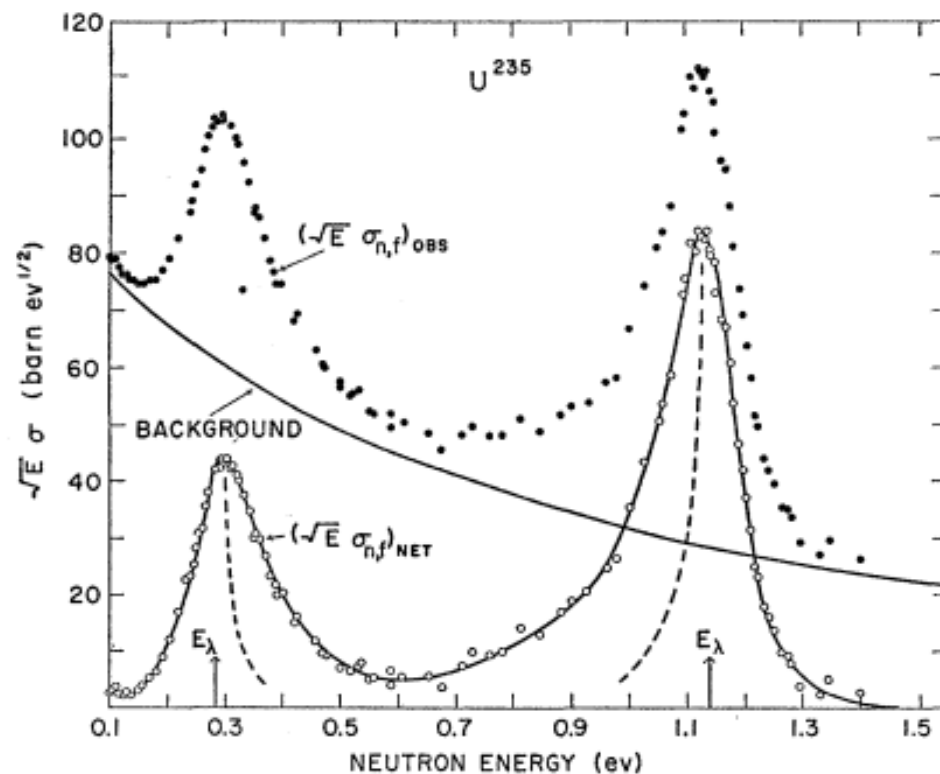


图 2 裂变截面数据曲线

# Wigner-Eisenbud 理论

在 Wigner-Eisenbud 理论中,对于入射道 $c$ 和出射道 $c'$ ,在所有出射角积分后得到的截面表达式为

$$\sigma_{c,c'} = \frac{\pi}{k_c^2} \sum_J \frac{2J+1}{(2i+1)(2I+1)} |\delta_{cc'} - U_{cc'}^J|^2$$

其中 $I$ 是靶核的自旋, $i$ 是入射粒子的自旋, $J$ 是系统的自旋, $k_c$ 是入射粒子相对靶核的动量, $U_{cc'}^J$ 是碰撞矩阵.

对于低能入射中子,只有 $s$ 波是重要的,从而 $J = I \pm \frac{1}{2}$ .如果用 $n$ 表示入射的 $s$ 波中子,可以写出总截面的表达式

$$\sigma_{n,T} = \frac{\pi}{k_n^2} \sum_J 2g \operatorname{Re}\{1 - U_{nn}^J\}$$

其中 $g = \frac{2J+1}{(2i+1)(2I+1)}$ ,称为统计自旋因子[5].

# Wigner-Eisenbud 理论

在 Wigner-Eisenbud 理论中,对于入射道 $c$ 和出射道 $c'$ ,在所有出射角积分后得到的截面表达式为

$$\sigma_{c,c'} = \frac{\pi}{k_c^2} \sum_J \frac{2J+1}{(2i+1)(2I+1)} |\delta_{cc'} - U_{cc'}^J|^2$$

其中 $I$ 是靶核的自旋, $i$ 是入射粒子的自旋, $J$ 是系统的自旋, $k_c$ 是入射粒子相对靶核的动量, $U_{cc'}^J$ 是碰撞矩阵.

对于低能入射中子,只有 $s$ 波是重要的,从而 $J = I \pm \frac{1}{2}$ .如果用 $n$ 表示入射的 $s$ 波中子,可以写出总截面的表达式

$$\sigma_{n,T} = \frac{\pi}{k_n^2} \sum_J 2g \operatorname{Re}\{1 - U_{nn}^J\}$$

其中 $g = \frac{2J+1}{(2i+1)(2I+1)}$ ,称为统计自旋因子[5].

### 3. 自旋态验证

---

## 简述

1967年, R. I. Schermer 和 F. J. Shore 等人设计了尽可能严谨的实验.

通过使用极化中子束打击极化的含 $^{235}\text{U}$ 靶,在不同靶温度下测量透射效率,计算得到了各种热中子能量下,不同含 $^{235}\text{U}$ 物质的自旋态截面比.

从而确定了低能区各个共振峰截面的自旋态关系,并尝试计算其具体组成比例.

# 实验原理

## 截面与极化度

极化中子和极化核之间的作用截面满足如下公式

$$\sigma = \frac{I}{2I+1}(1 - f_N f_n)\sigma_- + \frac{I+1}{2I+1}\left(1 + \frac{I}{I+1}f_N f_n\right)\sigma_+$$

其中  $f_n, f_N$  分别表示中子和核的极化度,  $\sigma_{\pm}$  表示两种自旋方向  $J = I \pm \frac{1}{2}$  的截面  
为简便处理, 将基底变换为极化相关和无关量

$$\sigma = \sigma_0 + f_N f_n \sigma_p$$

其中

$$\begin{cases} \sigma_0 = \frac{I+1}{2I+1}\sigma_+ + \frac{I}{2I+1}\sigma_- = \sigma_{I+1/2} + \sigma_{I-1/2} \\ \sigma_p = \frac{I}{2I+1}(\sigma_+ - \sigma_-) = \frac{I}{I+1}\sigma_{I+1/2} - \sigma_{I-1/2} \end{cases}$$

# 实验原理

## 透射率与截面比

本实验通过测量中子束穿过靶的透射率来细化分析截面比和极化度.记 $\mathcal{T}_P, \mathcal{T}_A$ 分别是中子束极化方向与外加磁场同向和反向时的透射率,我们关心的是透射效率

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{T}_P - \mathcal{T}_A}{\mathcal{T}_P + \mathcal{T}_A}$$

其与极化相关截面 $\sigma_p$ 满足如下近似关系

$$\mathcal{E} \approx -\frac{1}{2}(1 + \varphi)f_n \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_0} \right) f_N N \sigma_0 t$$

- $\frac{1}{2}(1 + \varphi)f_n$ :  $\varphi$ 是极化反转效率,  $f_n$ 是中子极化度.可预先测量或设定
- $\left( \frac{\sigma_p}{\sigma_0} \right) f_N$ :核极化度 $f_N$ 的数值和符号依据超精细作用的符号和强度,可通过测定核的自旋哈密顿量进一步计算[6]
- $N \sigma_0 t$ :  $N$ 是靶核数密度,  $t$ 是靶厚度.可通过非极化样品实验测定

# 实验原理

## 透射率与截面比

本实验通过测量中子束穿过靶的透射率来细化分析截面比和极化度.记 $\mathcal{T}_P, \mathcal{T}_A$ 分别是中子束极化方向与外加磁场同向和反向时的透射率,我们关心的是透射效率

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{T}_P - \mathcal{T}_A}{\mathcal{T}_P + \mathcal{T}_A}$$

其与极化相关截面 $\sigma_p$ 满足如下近似关系

$$\mathcal{E} \approx -\frac{1}{2}(1 + \varphi)f_n \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_0} \right) f_N N \sigma_0 t$$

- $\frac{1}{2}(1 + \varphi)f_n$ :  $\varphi$ 是极化反转效率,  $f_n$ 是中子极化度.可预先测量或设定
- $\left( \frac{\sigma_p}{\sigma_0} \right) f_N$ :核极化度 $f_N$ 的数值和符号依据超精细作用的符号和强度,可通过测定核的自旋哈密顿量进一步计算[6]
- $N \sigma_0 t$ :  $N$ 是靶核数密度,  $t$ 是靶厚度.可通过非极化样品实验测定



# 实验原理

## 透射率与截面比

本实验通过测量中子束穿过靶的透射率来细化分析截面比和极化度.记 $\mathcal{T}_P, \mathcal{T}_A$ 分别是中子束极化方向与外加磁场同向和反向时的透射率,我们关心的是透射效率

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{T}_P - \mathcal{T}_A}{\mathcal{T}_P + \mathcal{T}_A}$$

其与极化相关截面 $\sigma_p$ 满足如下近似关系

$$\mathcal{E} \approx -\frac{1}{2}(1 + \varphi)f_n \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_0} \right) f_N N \sigma_0 t$$

- $\frac{1}{2}(1 + \varphi)f_n$ :  $\varphi$ 是极化反转效率,  $f_n$ 是中子极化度.可预先测量或设定
- $\left( \frac{\sigma_p}{\sigma_0} \right) f_N$ :核极化度 $f_N$ 的数值和符号依据超精细作用的符号和强度,可通过测定核的自旋哈密顿量进一步计算[6]
- $N \sigma_0 t$ :  $N$ 是靶核数密度,  $t$ 是靶厚度.可通过非极化样品实验测定

# 实验装置及样品制备

## 实验装置

如右图所示,实验所用含 $^{235}\text{U}$ 的样品均被制备成长方体板,喷锡后焊接在到导热性能良好的铜套上,铜套的另一端与铜线相焊,铜线的最末端则是冷却盐.

实验者使用了配备了低温恒温器的极化中子晶谱仪来利用“static method”制备极化中子束.该方法包括了两步绝热退磁处理

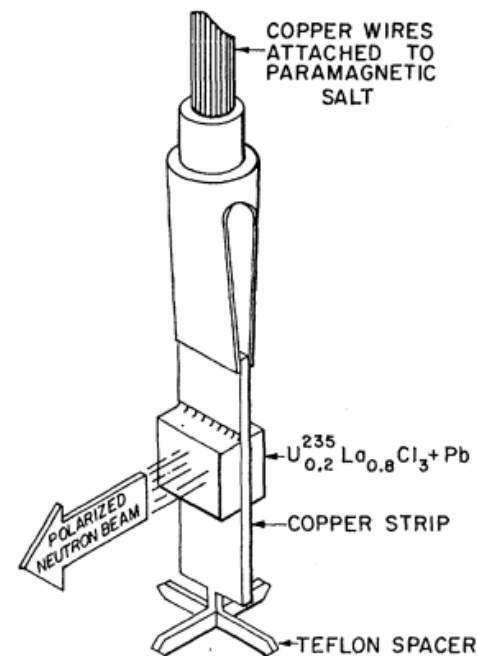


图 1 实验装置示意图

# 实验装置及样品制备

## 样品制备

由于 $^{235}\text{U}$ 自身难以在外场下产生较强极化,以及 $^{234}\text{U}$ 杂质的 $\alpha$ 衰变的产热不可忽略.实验者挑选了三种不同的含 $^{235}\text{U}$ 材料,其中只有含铀三氯化物 $^{235}\text{U}_x\text{La}_{1-x}\text{Cl}_3$ 能在外场下产生足够的极化度以进行较为精确的数据分析,并制备了浓度不同的五个样品,如下

- 纯铀金属, $^{234}\text{U}$ 杂质含量为 0.1%

(仅 0.1% 的 $^{234}\text{U}$ 杂质即可通过 $\alpha$ 衰变产生两倍于 $^{235}\text{U}$ 的热量)

- $\text{UFe}_2$ 金属间化合物, $^{234}\text{U}$ 杂质含量为 1.1%.杂质产热最强,且并非良热导体
- $^{235}\text{U}_{0.2}\text{La}_{0.8}\text{Cl}_3$ ,增大铀浓度可以提高透射效率,但更高的铀浓度( $x > 0.2$ )可能会导致材料的磁性质在所测温度范围内发生变化
- $^{235}\text{U}_{0.02}\text{La}_{0.98}\text{Cl}_3$ ,降低铀浓度有利于更好地控制温度,且让样品在更低温下保持顺磁性
- $\text{U}_{0.2}\text{La}_{0.8}\text{Cl}_3$ ,正常同位素丰度的铀氯化物, $^{235}\text{U}$ 含量 0.7%

## 数据分析与结论

## 数据采集

Target	Neutron energy (eV)	Temp. range
$^{235}\text{U}$ metal	0.075	$T=1^\circ\text{K}$ and $T\leq 0.18^\circ\text{K}$
$^{235}\text{UFe}_2$	0.078	$T<1^\circ\text{K}$
	0.115	$T<1^\circ\text{K}$
	0.275	$T<1^\circ\text{K}$
$^{235}\text{U}_{0.2}\text{La}_{0.8}\text{Cl}_3$	0.075	$0.070\leq T\leq 1^\circ\text{K}$
	0.115	$T=1^\circ\text{K}$ and $T\leq 0.15^\circ\text{K}$
	0.275	$T=1^\circ\text{K}$ and $T\leq 0.15^\circ\text{K}$
	0.364	$T\leq 0.15^\circ\text{K}$
	0.584	$T\leq 0.15^\circ\text{K}$
	0.835	$T\leq 0.15^\circ\text{K}$
	1.14	$T\leq 0.15^\circ\text{K}$
$\text{U}_{0.2}\text{La}_{0.8}\text{Cl}_3$ (normal isotopic abundance)	0.075	$T=1^\circ\text{K}$ and $T\leq 0.1^\circ\text{K}$
	0.275	$T=1^\circ\text{K}$ and $T\leq 0.1^\circ\text{K}$
	1.14	$T=1^\circ\text{K}$ and $T\leq 0.1^\circ\text{K}$
$^{235}\text{U}_{0.02}\text{La}_{0.98}\text{Cl}_3$	0.075	$T=1^\circ\text{K}$ and $T\leq 0.2^\circ\text{K}$

图 2 测量范围

Target	$T$ degrees Kelvin	$N(U)t$ $10^{-3}$ atoms/bn	0.075 eV $\text{Pu}^{239}$ filter $f_n=0.84$
$^{235}\text{U}$ metal	0.10	5.77	$0.046\pm 0.012$
$^{235}\text{U Fe}_2$	?	6.88	$-0.333\pm 0.090^a$
$^{235}\text{U}_{0.2}\text{La}_{0.8}\text{Cl}_3$	0.10	2.23	$1.344\pm 0.026$
$\text{U}_{0.2}\text{La}_{0.8}\text{Cl}_3^b$	0.10	2.20	$-0.110\pm 0.028$
$^{235}\text{U}^{3+}_{0.2}$	0.10	2.23	$1.454\pm 0.038$
$^{235}\text{U}_{0.02}\text{La}_{0.98}\text{Cl}_3$	0.10	0.255	$0.073\pm 0.012$
$^{235}\text{U}^{3+}_{0.02}$	0.10	0.255	$0.107\pm 0.022 < \varepsilon <$ $0.115\pm 0.025$

图 3 截面数据示例

图 3 中记录了所进行的多组实验的实验条件,不同样品在不同中子能量和温度范围内进行了多组实验; 图 4 截取了其中中子能量为 $0.075\text{eV}$ 时各组经处理后的透射效率 $\varepsilon$

# 数据分析与结论

## 数据处理

可以从数据特征中观察到一些意料之中的现象,以佐证实验的有效性,例如

- 由于在绝热退磁后冷藏盐的温度会缓慢上升,而透射效率可以分为温度无关的电子效应项和温度相关的核效应项,即

$$\mathcal{E} = \alpha + \frac{\beta}{T}$$

因此可以拟合计算 $\alpha$ 的数值.对于非磁性样品例如纯铀金属, $\alpha$ 应等于 0; 而对于磁性样品, $\alpha$ 应随着入射中子能量上升而迅速下降.这两点均得到了数据支持

- 由于 $^{234}\text{U}$ 杂质 $\alpha$ 衰变放热以及存在导热上限,样品所能保持的温度存在一个下限,且不同样品的下限不同.如右图所示

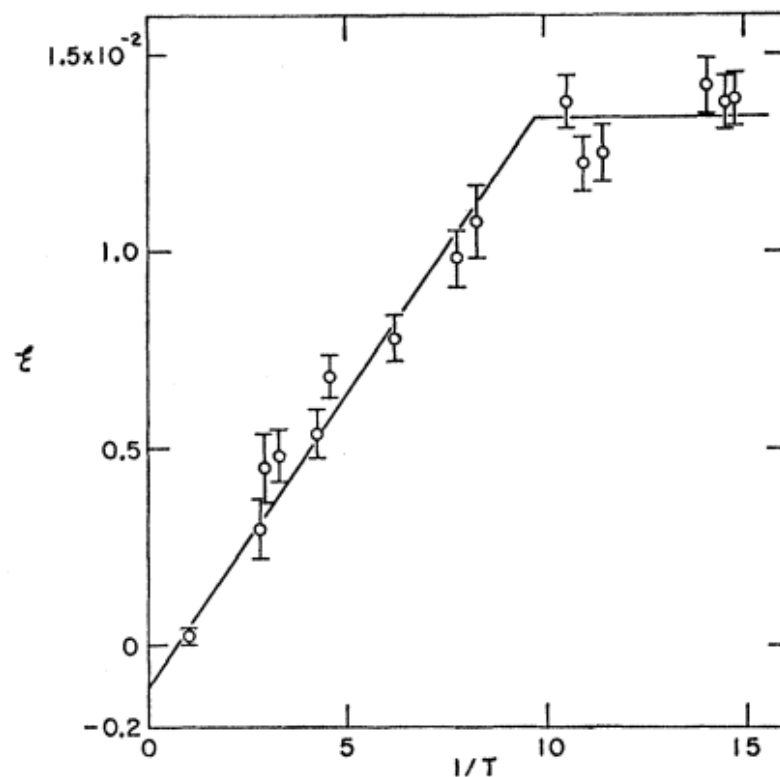


图 4 透射效率与温度倒数关系曲线

# 数据分析与结论

## 结论

在对各组样品的背景干扰做了修正,考虑了样品厚度的归一处理,以及将谱仪分辨率纳入误差分析后.根据前文所述实验原理,取 $^{235}\text{U}_{0.2}\text{La}_{0.8}\text{Cl}_3$ 数据,不同入射中子能量下的截面比与核极化度的乘积 $\frac{\sigma_p}{\sigma_0} f_N$ 如下图所示(2.04eV 由于误差过大,仅能确定符号).

认为 $f_N$ 的符号不随中子能量变化而变化,则可得如下结论

- 0.275 和 1.14eV 的共振处于相反的自旋态.
- 如果 $^{235}\text{U}$ 的磁矩为负,则 0.275eV 的共振为  

$$J = I - \frac{1}{2} = 3$$
- 能量最低的热中子对应的热截面处于与 1.14eV 相同的自旋态.
- 2.08eV 的共振大概率率和 0.275eV 的共振处于相同自旋态

Neutron energy (eV)	$(\sigma_p/\sigma_0) f_N$
0.075	$-2.07 \pm 0.14 \times 10^{-2}$
0.115	$-2.06 \pm 0.10$
0.275	$+0.80 \pm 0.18$
0.364	$+0.26 \pm 0.18$
0.584	$-0.82 \pm 0.38$
0.835	$-1.20 \pm 0.48$
1.14	$-2.78 \pm 0.30$
2.04	+

图 5 不同中子能量下的截面比与极化度乘积

# 数据分析与结论

## 讨论

我们已知 $^{235}\text{U}$ 的基态角动量为 $-\frac{7}{2}$ ,如果假设其核磁矩取负值,进而其核极化度 $f_N$ 也取负值,那么进一步可以计算出不同共振峰处对应的具体角动量.例如在上述情形下有

$$\begin{cases} J = I + \frac{1}{2} = 4, E_0 = 1.14\text{eV} \\ J = I - \frac{1}{2} = 3, E_0 = 0.275\text{eV} \end{cases}$$

此外,即使基本只能保证 $f_N$ 数据的数量级准确,但仍可以尝试对截面比的数值进行评估,例如取 0.075eV 的数据计算

$$^{235}\text{U}_{\text{metal}} : \frac{\sigma_{I+1/2}}{\sigma_0} = 0.74$$

这意味着在入射中子能量为 0.075eV 时,纯铀金属中,大约四分之三的截面来自 $I + \frac{1}{2}$ 的自旋态贡献

## 4. 总结

---



大量研究聚焦于低能中子诱发的 $^{235}\text{U}$ 裂变截面,但目前人们对这个过程的理解也不完整.

裂变是一个多通道过程,已观察到截面共振峰的不对称性,这一不对称性使得单能极的 Breit-Wigner 公式难以解释,需要多能级色散理论等更复杂的模型.

该研究通过利用极化中子技术,通过极化中子与极化靶核的吸收,测量了与自旋态相关的截面比  $\frac{\sigma_p}{\sigma_0} f_N$ ,并通过数据分析得到了不同共振峰的自旋态关系,尽管数据的精度有限,但仍然是这一问题的重要结论.

在此研究之后,还有若干研究尝试解决没有回答清楚的问题,例如 1974 年 BNL 确定了更精确的自旋依赖,给出了 15 个共振峰的结果,并且确认了 $^{235}\text{U}$ 的磁矩为负[7].

因此,本文使用的方法 and 数据分析手段具有重要的开创性意义,为后续研究提供了重要的参考.

## 5. 参考文献

- [1] F. J. Shore and V. L. Sailor, Slow Neutron Resonances in  $U^{235}$ , Phys. Rev. **112**, 191 (1958)
- [2] T. Teichmann and E. P. Wigner, Sum Rules in the Dispersion Theory of Nuclear Reactions, Phys. Rev. **87**, 123 (1952)
- [3] E. P. Wigner and L. Eisenbud, Higher Angular Momenta and Long Range Interaction in Resonance Reactions, Phys. Rev. **72**, 29 (1947)
- [4] R. I. Schermer, L. Passell, G. Brunhart, C. A. Reynolds, L. V. Sailor, and F. J. Shore, Spin Dependence of the isotope("U",a:235) Low-Energy Neutron Cross Section, Phys. Rev. **167**, 1121 (1968)
- [5] E. Vogt, Resonance Theory of Neutron Cross Sections of Fissionable Nuclei, Physical Review **112**, 203 (1958)

- [6] H. Marshak, H. Postma, V. L. Sailor, F. J. Shore, and C. A. Reynolds, Spin Assignments of Low-Energy Resonances Using Polarized Neutrons and Polarized  $Sm^{149}$  Nuclei, Phys. Rev. **128**, 1287 (1962)
- [7] E. R. REDDINGIUS<sup>t</sup>, H. POSTMA<sup>Att</sup>, C. E. OLSEN<sup>ttt</sup>, D. C. Rorer, and V. L. Sailor, Spins of low-energy neutron resonances in  $^{235}\text{U}$ , (n.d.)