清华大学

决策方法论

2023 年秋季学期

<u>作业 1</u>

杨哲涵 2024 年 12 月 28 日

举例说明四种马尔科夫过程 以下四种过程都有马尔科夫特性 (状态变量无后效性)

- 求最短路的 Dijkstra 算法.Dijkstra 算法具有马尔科夫特性. 在算法执行的每一步, 它只考虑从起始节点到当前节点的最短路径, 并选择下一个节点, 这个选择只依赖于当前节点的状态, 不依赖于之前的节点.
- 棋类, 纸牌游戏. 这些游戏通常也具有马尔科夫特性. 在游戏中的每一步, 玩家的决策只依赖于当前棋盘或牌局的状态, 以及他们的策略. 之前的游戏状态并不直接影响将来的决策. 这是因为在许多棋类和纸牌游戏中, 玩家只关注当前局面和可能的下一步, 而不需要考虑整个游戏历史.
- 随机行走是一个具有马尔科夫特性的过程. 在随机行走中, 一个对象（例如粒子或者游走者）在每一步中随机选择一个方向前进. 这个选择只取决于当前位置, 与之前的步骤无关. 这种特性使得随机行走可以建模许多随机过程, 包括布朗运动和马尔科夫链.
- 一些气象学模型使用马尔科夫特性来描述天气的变化. 在这些模型中, 天气状态被视为一个离散的状态空间, 如晴天、多云、雨天等. 每一天的天气状态只依赖于前一天的状态, 而不受之前的天气状态的影响. 这使得天气状态的转变可以用马尔科夫链来建模, 其中每个状态代表一种天气条件, 而状态之间的转移概率只依赖于前一天的天气.

机器最优维修策略过程

- 阶段 T: 当前所处的天数 $(t = 0, 1, 2, \cdots)$
- 状态 S: 系统有两个状态, 正常运行 $(i = 1)$ 与发生故障 $(i = 2)$
- 决策 a_t: 所有可能的决策为正常生产 (a_1), 全面修理 (a_2), 简单修理 (a_3)
- 状态转移概率 $P_a(x, y)$: $P_{a_1}(1, 1) = 1, P_{a_2}(2, 1) = 0.6, P_{a_2}(2, 2) = 0.4, P_{a_3}(2, 1) = 0.4, P_{a_3}(2, 2) = 0.6$
- 成本 $g_a(x)$: 为了成本最小, 取收益为负值, 支出为正值. $g_{a_1}(1) = -10, g_{a_2}(2) = 5, g_{a_3}(2) = 2$