

基础物理实验报告

功函数

杨哲涵 工物 22 班 2022011105

2023 年 10 月 20 日

摘要

电子逸出金属表面需要获得一定的能量, 例如, 真空玻璃管中的电极通过电流加热后, 能够向另一端发射电子, 这份能量与电子的功函数有关. 本实验采用里查孙直线法, 通过多次改变阴极温度与加速电压, 测量真空管阴极材料钨的电子功函数, 了解热电子发射的规律.

1 实验原理与仪器

逸出功 (aka. 功函数) 定义为「无穷远处真空中一静止电子与物质内部费米能级上一电子之间的能量差」. 认为金属与真空的边界上存在一个大于 $E_f(T = 0\text{K}$ 时电子的最大能量) 的势垒 W_a , 那么 $\Phi = W_a - E_f$ 就是功函数.

实验中, 提高阴极温度可以改变电子的能量分布, 逸出更多电子. 描述温度与发射电流 I_e 的公式为:

$$I_e = A'ST^2e^{-\Phi/kT} \quad \text{其中 } S \text{ 为阴极有效发射表面积, } A' \text{ 与金属表面反射因数 } \rho \text{ 有关}$$

取定单位 (Φ 用 eV, 代入波耳兹曼常量的数值) 后有:

$$\lg \frac{I_e}{T^2} = \lg(A'S) - 5040\Phi \frac{1}{T}$$

对自变量 $1/T$, 直线斜率为 -5040Φ , 因而称为里查孙直线法.

由于原始发射电流相对微弱, 可以提供额外加速电压以期得到更稳定更强的发射电流. 设在加速电压 U_a 下的发射电流为 I'_e , 则有:

$$\lg I'_e = \lg I_e + \frac{0.1912}{T} \frac{1}{\sqrt{r_k \ln(r_a/r_k)}} \sqrt{U_a}$$

若固定温度 T 不变, 通过 $\lg I'_e$ 与 $\sqrt{U_a}$ 的多组数据便可计算得到截距 $\lg I_e$.

此外, 已知灯丝温度 T 与灯丝加热电流 I_f 关系为 $T = 1243.79 + 1168.884I_f + 291.6705 \ln I_f$, 从而可以间接测得灯丝温度 T . 现在所有计算直线斜率 -5040Φ 的条件都已经具备了.

实验室提供的仪器为直热式二极管. 阴极 (钨) 是加热用的灯丝, 阳极是与阴极共轴的圆筒, 并且阳极两端额外装有同轴的匀场环状电极, 可以让加速电场更加稳定, 同时减少灯丝因为热辐射的温度损失.

直热式二极管与两个 91Ω 电阻已经被安装在实验板上, 另有 5 个接线端: A1, A2, K, H, C. 其中 K, H 是阴极灯丝的两头, A2 连接匀场环状电极, A1 连接阳极, C 是两相同电阻的中点. 可以用电阻中点 C 与阳极 A2 的电势差代表加速电压.

2 实验内容

2.1 搭建线路

经过教师确认的接线方式为图 1. 使用 IT6333A/B 电源充当理想电流源与理想电压源, 并且由于灯丝所并联的电阻相对较大, 可以认为电流源示数即为灯丝电流 I_f . 另外使用 Victor8145B/C 型 4 位半数字电表测量加速电压 U_a 以

及 Fluke8808A 型 5 位半电表测量电阻 R_e 的电压 U'_e . 先期测量得到 R_e 阻值为 999.7Ω , 实际的发射电流由 $I'_e = U'_e/R_e$ 计算.

2.2 数据测量

实验测量计划为, 灯丝电流从 0.50A 变化到 0.65A , 步长为 0.03A . 每组灯丝电流下测量 7 个不同加速电压 U_a 以及对应的发射电流 I'_e . 此外必须注意, 由于测量用 4 位半数字电表的分流作用, 实际发射电流 I'_e 需要被额外减去 $U_a/10\text{M}\Omega$, 表中数据为修正后的结果.

整理完毕的数据如表 1 所示.

表 1: 发射电流随温度与加速电压的变化

$I_f(\text{A})$	$U_a(\text{V})$	$U'_e(\text{mV})$	$T(\text{K})$	$I'_e(\text{A})$	$I_f(\text{A})$	$U_a(\text{V})$	$U'_e(\text{mV})$	$T(\text{K})$	$I'_e(\text{A})$
0.50	26.26	3.62	1726.06	0.0000010	0.59	26.63	16.66	1879.54	0.0000140
	37.27	4.75		0.0000011		37.61	18.06		0.0000143
	50.19	6.05		0.0000011		50.59	19.65		0.0000147
	65.17	7.57		0.0000011		65.59	21.45		0.0000150
	82.15	9.29		0.0000012		82.55	23.45		0.0000153
	101.12	11.20		0.0000012		101.52	25.64		0.0000156
	122.09	13.32		0.0000012		122.49	28.03		0.0000159
0.53	26.36	5.22	1778.12	0.0000026	0.62	26.76	32.79	1929.07	0.0000301
	37.34	6.37		0.0000027		37.74	34.52		0.0000308
	50.32	7.73		0.0000028		50.72	36.44		0.0000314
	65.30	9.28		0.0000028		65.70	38.55		0.0000321
	82.28	11.03		0.0000029		82.67	40.85		0.0000327
	101.25	12.98		0.0000030		101.64	43.27		0.0000332
	122.22	15.14		0.0000031		122.62	45.90		0.0000338
0.56	26.49	8.85	1829.25	0.0000062	0.65	26.88	63.96	1977.92	0.0000613
	37.48	10.08		0.0000064		37.86	66.29		0.0000626
	50.46	11.52		0.0000065		50.84	68.73		0.0000637
	65.44	13.14		0.0000067		65.82	71.40		0.0000649
	82.41	14.98		0.0000068		82.76	74.26		0.0000661
	101.38	17.01		0.0000070		101.76	77.22		0.0000672
	122.36	19.24		0.0000071		122.73	80.42		0.0000683

2.3 数据处理

两次线性回归 进行两次线性回归以计算功函数, 第一次通过

$$\lg I'_e = \lg I_e + \frac{0.1912}{T} \frac{1}{\sqrt{r_k \ln(r_a/r_k)} \sqrt{U_a}}$$

计算零加速电压下的发射电流 I_e , 第二次通过

$$\lg \frac{I_e}{T^2} = \lg(A'S) - 5040\Phi \frac{1}{T}$$

得到最终的功函数.

第一次回归结果如表 2 所示.

表 2: 功函数回归分析

$T(\text{K})$	相关系数	$\lg I_e$	$\lg I_e$ 标准差	$\lg I_e - 2 \lg T$	$-5040/T$
1726.06141527249	0.996139	-6.06203648959	0.003283914	-12.5361489783046	-2.9199424512
1778.12325683946	0.999930	-5.64154426123	0.000353458	-12.1414679858746	-2.8344491759
1829.24908958033	0.999813	-5.25649945892	0.000509024	-11.7810451540351	-2.7552289235
1879.53665430046	0.999756	-4.90022411256	0.000539902	-11.4483257118525	-2.6815119505
1929.06913892105	0.997246	-4.56292730326	0.001645576	-11.1336228898265	-2.6126590790
1977.91793147186	0.998537	-4.25262898145	0.001134035	-10.8450455168975	-2.5481340351

分别以表 2 中的 $\lg I_e - 2 \lg T$ 与 $-5040/T$ 为因变量与自变量, 进行第二次回归分析, 得到结果为

$$\Phi = 4.5471\text{eV} \quad r^2 = 0.999981$$

功函数的数值与相关性符合实验要求

多重线性回归 也可以考虑采用形式为 $y_{jk} = b_0 + b_1 x_{1k} + b_2 x_{2jk}$ 的回归方程, 利用 42 个数据点直接计算功函数:

$$[(\lg I'_e)_{jk} - 2(\lg T)_k] = [\lg A'S] + [-5040(T^{-1})_k] \Phi + \left[\frac{0.1912}{\sqrt{r_k \ln(r_a/r_k)}} \right] [(\sqrt{V_{a_j}})(T^{-1})_k]$$

这种计算方法算出的结果为

$$\Phi = 4.448\text{eV} \quad r^2 = 0.999947$$

与之前的两次线性回归相比, 结果相差 2.2%, 且相关系数稍低.

3 分析讨论

加速电压的选取 已知 $\lg I'_e$ 与 $\sqrt{U_a}$ 成正比, 所以应当在测量时选取加速电压 $U_a = 25, 49, \dots, 121$ 这样的完全平方数, 以便产生分别均匀, 适于回归分析的数据.

误差的解释 测量过程中, 需要等到电表显示稳定 (大约耗费 2 分钟后读数). 表 2 显示, $I_f = 0.5, 0.62, 0.65$ 这三处数据标准差较大, 原因有二. 一是在测量 $I_f = 0.5$ 途中, 将 4 位半与 5 位半电表互换, 以测量更高精度的 U'_e , 这引入了较大的误差. 二是在测量最后两组数据时, 由于加热电流较大, 升温并且稳定所需的时间间隔将会更长, 但测量时没有估计到这一点, 所测数据质量相对前 4 组较低.

A 附录

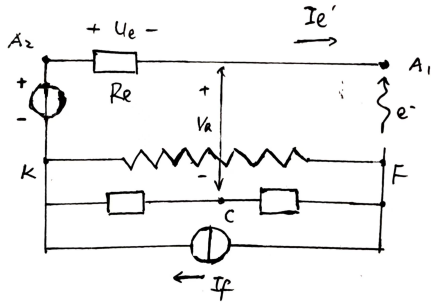


图 1: 电路设计

$R_e = 0.9997 \text{ k}\Omega$

$U_{e'}$	16	48	64	81	100	121
$U_a = 26.26 \text{ V}$	37.269 V	50.19 V	65.17 V	82.15 V	101.12 V	122.07 V
$I_f = 0.50 \text{ A}$	3.62 mV	4.75 mV	6.050 mV	7.567 mV	9.285 mV	11.321 mV
$I_f = 0.503 \text{ A}$	3.721 mV	4.882 mV	6.168 mV	7.683 mV	9.404 mV	11.323 mV
$I_f = 0.506 \text{ A}$	3.840 mV	4.964 mV	6.287 mV	7.810 mV	9.533 mV	11.454 mV
$I_f = 0.509 \text{ A}$	3.966 mV	5.093 mV	6.420 mV	7.945 mV	9.671 mV	11.604 mV
$I_f = 0.513 \text{ A}$	4.116 mV	5.235 mV	6.576 mV	8.093 mV	9.822 mV	11.764 mV
$I_f = 0.516 \text{ A}$	4.274 mV	5.389 mV	6.744 mV	8.254 mV	9.985 mV	11.934 mV
$I_f = 0.519 \text{ A}$	4.440 mV	5.556 mV	6.924 mV	8.428 mV	10.161 mV	12.114 mV
$I_f = 0.523 \text{ A}$	4.614 mV	5.736 mV	7.116 mV	8.614 mV	10.351 mV	12.304 mV
$I_f = 0.526 \text{ A}$	4.796 mV	5.928 mV	7.320 mV	8.812 mV	10.554 mV	12.504 mV
$I_f = 0.529 \text{ A}$	4.986 mV	6.132 mV	7.536 mV	9.022 mV	10.770 mV	12.714 mV
$I_f = 0.533 \text{ A}$	5.184 mV	6.348 mV	7.764 mV	9.244 mV	11.000 mV	12.934 mV
$I_f = 0.536 \text{ A}$	5.390 mV	6.576 mV	8.004 mV	9.478 mV	11.244 mV	13.164 mV
$I_f = 0.539 \text{ A}$	5.604 mV	6.816 mV	8.256 mV	9.724 mV	11.502 mV	13.404 mV
$I_f = 0.543 \text{ A}$	5.826 mV	7.068 mV	8.520 mV	9.982 mV	11.774 mV	13.654 mV
$I_f = 0.546 \text{ A}$	6.056 mV	7.332 mV	8.796 mV	10.252 mV	12.060 mV	13.914 mV
$I_f = 0.549 \text{ A}$	6.294 mV	7.608 mV	9.084 mV	10.534 mV	12.360 mV	14.184 mV
$I_f = 0.553 \text{ A}$	6.540 mV	7.896 mV	9.384 mV	10.828 mV	12.674 mV	14.464 mV
$I_f = 0.556 \text{ A}$	6.794 mV	8.196 mV	9.696 mV	11.134 mV	13.004 mV	14.754 mV
$I_f = 0.559 \text{ A}$	7.056 mV	8.508 mV	10.020 mV	11.452 mV	13.348 mV	15.054 mV
$I_f = 0.563 \text{ A}$	7.326 mV	8.832 mV	10.356 mV	11.782 mV	13.704 mV	15.364 mV
$I_f = 0.566 \text{ A}$	7.604 mV	9.168 mV	10.704 mV	12.124 mV	14.074 mV	15.684 mV
$I_f = 0.569 \text{ A}$	7.890 mV	9.516 mV	11.064 mV	12.478 mV	14.458 mV	16.014 mV
$I_f = 0.573 \text{ A}$	8.184 mV	9.876 mV	11.436 mV	12.844 mV	14.856 mV	16.354 mV
$I_f = 0.576 \text{ A}$	8.486 mV	10.248 mV	11.820 mV	13.222 mV	15.268 mV	16.704 mV
$I_f = 0.579 \text{ A}$	8.796 mV	10.632 mV	12.216 mV	13.612 mV	15.694 mV	17.064 mV
$I_f = 0.583 \text{ A}$	9.114 mV	11.028 mV	12.624 mV	14.014 mV	16.134 mV	17.434 mV
$I_f = 0.586 \text{ A}$	9.440 mV	11.436 mV	13.044 mV	14.428 mV	16.588 mV	17.814 mV
$I_f = 0.589 \text{ A}$	9.774 mV	11.856 mV	13.476 mV	14.854 mV	17.056 mV	18.204 mV
$I_f = 0.593 \text{ A}$	10.116 mV	12.288 mV	13.920 mV	15.292 mV	17.508 mV	18.604 mV
$I_f = 0.596 \text{ A}$	10.466 mV	12.732 mV	14.376 mV	15.742 mV	17.974 mV	19.014 mV
$I_f = 0.599 \text{ A}$	10.824 mV	13.188 mV	14.844 mV	16.204 mV	18.454 mV	19.434 mV
$I_f = 0.603 \text{ A}$	11.190 mV	13.656 mV	15.324 mV	16.678 mV	18.958 mV	19.864 mV
$I_f = 0.606 \text{ A}$	11.564 mV	14.136 mV	15.816 mV	17.164 mV	19.476 mV	20.304 mV
$I_f = 0.609 \text{ A}$	11.946 mV	14.628 mV	16.320 mV	17.662 mV	20.008 mV	20.754 mV
$I_f = 0.613 \text{ A}$	12.336 mV	15.132 mV	16.836 mV	18.172 mV	20.554 mV	21.214 mV
$I_f = 0.616 \text{ A}$	12.734 mV	15.648 mV	17.364 mV	18.694 mV	21.114 mV	21.684 mV
$I_f = 0.619 \text{ A}$	13.140 mV	16.176 mV	17.976 mV	19.228 mV	21.688 mV	22.164 mV
$I_f = 0.623 \text{ A}$	13.554 mV	16.716 mV	18.600 mV	19.764 mV	22.276 mV	22.654 mV
$I_f = 0.626 \text{ A}$	13.976 mV	17.268 mV	19.236 mV	20.312 mV	22.888 mV	23.154 mV
$I_f = 0.629 \text{ A}$	14.406 mV	17.832 mV	19.884 mV	20.872 mV	23.514 mV	23.664 mV
$I_f = 0.633 \text{ A}$	14.844 mV	18.408 mV	20.544 mV	21.444 mV	24.154 mV	24.184 mV
$I_f = 0.636 \text{ A}$	15.290 mV	19.000 mV	21.216 mV	22.028 mV	24.808 mV	24.714 mV
$I_f = 0.639 \text{ A}$	15.744 mV	19.608 mV	21.900 mV	22.624 mV	25.476 mV	25.254 mV
$I_f = 0.643 \text{ A}$	16.206 mV	20.232 mV	22.604 mV	23.232 mV	26.158 mV	25.804 mV
$I_f = 0.646 \text{ A}$	16.676 mV	20.872 mV	23.328 mV	23.852 mV	26.854 mV	26.364 mV
$I_f = 0.649 \text{ A}$	17.154 mV	21.528 mV	24.044 mV	24.484 mV	27.564 mV	26.934 mV
$I_f = 0.653 \text{ A}$	17.640 mV	22.196 mV	24.776 mV	25.128 mV	28.288 mV	27.514 mV
$I_f = 0.656 \text{ A}$	18.134 mV	22.876 mV	25.524 mV	25.784 mV	29.026 mV	28.104 mV
$I_f = 0.659 \text{ A}$	18.636 mV	23.568 mV	26.288 mV	26.452 mV	29.778 mV	28.704 mV
$I_f = 0.663 \text{ A}$	19.146 mV	24.272 mV	27.068 mV	27.132 mV	30.544 mV	29.314 mV
$I_f = 0.666 \text{ A}$	19.664 mV	24.988 mV	27.864 mV	27.824 mV	31.324 mV	29.934 mV
$I_f = 0.669 \text{ A}$	20.190 mV	25.716 mV	28.676 mV	28.528 mV	32.118 mV	30.564 mV
$I_f = 0.673 \text{ A}$	20.724 mV	26.456 mV	29.504 mV	29.244 mV	32.926 mV	31.204 mV
$I_f = 0.676 \text{ A}$	21.266 mV	27.208 mV	30.348 mV	29.972 mV	33.748 mV	31.854 mV
$I_f = 0.679 \text{ A}$	21.816 mV	27.972 mV	31.208 mV	30.712 mV	34.584 mV	32.514 mV
$I_f = 0.683 \text{ A}$	22.374 mV	28.748 mV	32.084 mV	31.464 mV	35.434 mV	33.184 mV
$I_f = 0.686 \text{ A}$	22.940 mV	29.536 mV	32.976 mV	32.228 mV	36.298 mV	33.864 mV
$I_f = 0.689 \text{ A}$	23.514 mV	30.336 mV	33.884 mV	32.996 mV	37.176 mV	34.554 mV
$I_f = 0.693 \text{ A}$	24.096 mV	31.148 mV	34.808 mV	33.768 mV	38.068 mV	35.254 mV
$I_f = 0.696 \text{ A}$	24.686 mV	31.972 mV	35.748 mV	34.552 mV	38.974 mV	35.964 mV
$I_f = 0.699 \text{ A}$	25.284 mV	32.808 mV	36.704 mV	35.348 mV	39.894 mV	36.684 mV
$I_f = 0.703 \text{ A}$	25.890 mV	33.656 mV	37.676 mV	36.156 mV	40.826 mV	37.414 mV
$I_f = 0.706 \text{ A}$	26.504 mV	34.516 mV	38.664 mV	36.976 mV	41.772 mV	38.154 mV
$I_f = 0.709 \text{ A}$	27.126 mV	35.388 mV	39.668 mV	37.808 mV	42.732 mV	38.904 mV
$I_f = 0.713 \text{ A}$	27.756 mV	36.272 mV	40.688 mV	38.652 mV	43.706 mV	39.664 mV
$I_f = 0.716 \text{ A}$	28.394 mV	37.168 mV	41.724 mV	39.508 mV	44.694 mV	40.434 mV
$I_f = 0.719 \text{ A}$	29.040 mV	38.076 mV	42.776 mV	40.376 mV	45.696 mV	41.214 mV
$I_f = 0.723 \text{ A}$	29.694 mV	38.996 mV	43.844 mV	41.256 mV	46.712 mV	41.994 mV
$I_f = 0.726 \text{ A}$	30.356 mV	39.928 mV	44.928 mV	42.148 mV	47.742 mV	42.784 mV
$I_f = 0.729 \text{ A}$	31.026 mV	40.872 mV	46.028 mV	43.052 mV	48.786 mV	43.584 mV
$I_f = 0.733 \text{ A}$	31.704 mV	41.828 mV	47.144 mV	43.968 mV	49.844 mV	44.394 mV
$I_f = 0.736 \text{ A}$	32.390 mV	42.796 mV	48.276 mV	44.896 mV	50.916 mV	45.214 mV
$I_f = 0.739 \text{ A}$	33.084 mV	43.776 mV	49.424 mV	45.836 mV	52.002 mV	46.044 mV
$I_f = 0.743 \text{ A}$	33.786 mV	44.768 mV	50.588 mV	46.788 mV	53.102 mV	46.884 mV
$I_f = 0.746 \text{ A}$	34.496 mV	45.772 mV	51.768 mV	47.752 mV	54.216 mV	47.734 mV
$I_f = 0.749 \text{ A}$	35.214 mV	46.788 mV	52.964 mV	48.728 mV	55.344 mV	48.594 mV
$I_f = 0.753 \text{ A}$	35.940 mV	47.816 mV	54.176 mV	49.716 mV	56.486 mV	49.464 mV
$I_f = 0.756 \text{ A}$	36.674 mV	48.856 mV	55.404 mV	50.716 mV	57.642 mV	50.344 mV
$I_f = 0.759 \text{ A}$	37.416 mV	49.908 mV	56.648 mV	51.728 mV	58.812 mV	51.234 mV
$I_f = 0.763 \text{ A}$	38.166 mV	50.972 mV	57.908 mV	52.752 mV	59.996 mV	52.134 mV
$I_f = 0.766 \text{ A}$	38.924 mV	52.048 mV	59.184 mV	53.788 mV	61.194 mV	53.044 mV
$I_f = 0.769 \text{ A}$	39.690 mV	53.136 mV	60.476 mV	54.836 mV	62.406 mV	53.964 mV
$I_f = 0.773 \text{ A}$	40.464 mV	54.236 mV	61.784 mV	55.896 mV	63.632 mV	54.894 mV
$I_f = 0.776 \text{ A}$	41.246 mV	55.348 mV	63.108 mV	56.968 mV	64.872 mV	55.834 mV
$I_f = 0.779 \text{ A}$	42.036 mV	56.472 mV	64.448 mV	58.052 mV	66.126 mV	56.784 mV
$I_f = 0.783 \text{ A}$	42.834 mV	57.608 mV	65.804 mV	59.148 mV	67.394 mV	57.744 mV
$I_f = 0.786 \text{ A}$	43.640 mV	58.756 mV	67.176 mV	60.256 mV	68.676 mV	58.714 mV
$I_f = 0.789 \text{ A}$	44.454 mV	59.916 mV	68.564 mV	61.376 mV	69.972 mV	59.694 mV
$I_f = 0.793 \text{ A}$	45.276 mV	61.088 mV	69.968 mV	62.508 mV	71.282 mV	60.684 mV
$I_f = 0.796 \text{ A}$	46.106 mV	62.272 mV	71.388 mV	63.652 mV	72.606 mV	61.684 mV
$I_f = 0.799 \text{ A}$	46.944 mV	63.468 mV	72.824 mV	64.808 mV	73.944 mV	62.694 mV
$I_f = 0.803 \text{ A}$	47.790 mV	64.676 mV	74.276 mV	65.976 mV	75.296 mV	63.714 mV
$I_f = 0.806 \text{ A}$	48.644 mV	65.896 mV	75.744 mV	67.156 mV	76.662 mV	64.744 mV
$I_f = 0.809 \text{ A}$	49.506 mV	67.128 mV	77.228 mV	68.348 mV	78.042 mV	65.784 mV
$I_f = 0.813 \text{ A}$	50.376 mV	68.372 mV	78.728 mV	69.552 mV	79.436 mV	66.834 mV
$I_f = 0.816 \text{ A}$	51.254 mV	69.628 mV	80.244 mV	70.768 mV	80.844 mV	67.894 mV
$I_f = 0.819 \text{ A}$	52.140 mV	70.896 mV	81.776 mV	72.088 mV	82.266 mV	68.964 mV
$I_f = 0.823 \text{ A}$	53.034 mV	72.176 mV	83.324 mV	73.416 mV	83.702 mV	69.944 mV
$I_f = 0.826 \text{ A}$	53.936 mV	73.468 mV	84.888 mV	74.752 mV	85.152 mV	70.934 mV
$I_f = 0.829 \text{ A}$	54.846 mV	74.772 mV	86.468 mV	76.096 mV	86.616 mV	71.934 mV
$I_f = 0.833 \text{ A}$	55.764 mV	76.088 mV	88.064 mV	77.456 mV	88.094 mV	72.944 mV
$I_f = 0.836 \text{ A}$	56.690 mV	77.416 mV	89.676 mV	78.832 mV	89.586 mV	73.964 mV
$I_f = 0.839 \text{ A}$	57.624 mV	78.756 mV	91.304 mV	80.224 mV	91.092 mV	74.994 mV
$I_f = 0.843 \text{ A}$	58.566 mV	80.108 mV	92.948 mV	81.632 mV	92.612 mV	76.034 mV
$I_f = 0.846 \text{ A}$	59.516 mV	81.472 mV	94.608 mV	83.056 mV	94.146 mV	77.084 mV
$I_f = 0.849 \text{ A}$	60.474 mV	82.848 mV	96.284 mV	84.496 mV	95.694 mV	