

数值分析笔记

adamanteye

1. 方程组

1.1. 高斯消元与 LU 分解

高斯消元的步骤有两步. 首先将增广矩阵变为阶梯形矩阵, 称为消元. 其次从下到上求出每个未知数的值, 称为回代.

n 个方程 n 个未知数的高斯消元可以在 $\frac{2}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 - \frac{7}{6}n$ 次操作之后完成, 回代过程可以用 n^2 次操作完成.

LU 分解是高斯消元的矩阵形式.

定义 1 **下三角矩阵**: 称 $A_{(mn)}$ 为下三角矩阵, 如果 $A_{ij} = 0, i < j$.

定义 2 **上三角矩阵**: 称 $A_{(mn)}$ 为上三角矩阵, 如果 $A_{ij} = 0, i > j$.

定理 3: 下(上)三角矩阵的乘积也是下(上)三角矩阵.

问题 $Ax = b$ 可以表示成 $LUx = b$, 定义 $c = Ux$, 那么求解是一个两步的过程:

1. 求 $Lc = b$, 得到 c
2. 求 $Ux = c$, 得到 x

并不是所有的矩阵 A 都可以进行 LU 分解.

2. 插值